

1. はじめに

周期壁による音波散乱の解析手法として、モード整合法<sup>[1]</sup>や Deryugin の方法を用いた解法（矩形分割法）<sup>[2]</sup>、最近では一部の場を FEM で解く結合解法<sup>[3]</sup>が考案されている。これらは入射・散乱場をモード展開形式で表し、構造の1周期について境界条件を整合させて場を解く手法であるが、あらゆる任意形状の周期構造を対象とはしていない。一方、Lam により提案された境界要素法で全音場を解く方法<sup>[4]</sup>は任意周期形状を対象とし得るものの、多周期にまたがる境界積分を行わねばならず、各反射要素波の振幅を直接求めることができない。

そこで今回、モード展開形式で表した入射・散乱場と、境界積分形式で表した背後音場1周期とを結合させ、任意形状の境界および多孔質材料から構成された周期構造の音波散乱特性を解く手法を導出した。さらに、いくつかの構造について垂直入射吸音率の計算値と実測値の比較を行い、手法の妥当性を検証した。

2. 理論

2.1 解析モデル

今回、解析モデルは2次元とし、図1に示すように任意形状のインピーダンス境界と多孔質材により構成する。構造の任意の1周期に着目し、上部空間（入射/散乱場）を  $\Psi_0$ 、下部空間のうち空気中を  $\Psi_1$ 、多孔質材内部を  $\Psi_2$  とし、境界  $\Gamma_1 \sim \Gamma_8$  を次のように設定する。

- $\Gamma_1$  :  $\Psi_0$  と  $\Psi_1$  との境界 ( $0 < x < D, y = 0$ )
- $\Gamma_2$  :  $\Psi_1$  の左隣1周期との境界
- $\Gamma_3$  :  $\Psi_1$  の右隣1周期との境界
- $\Gamma_4$  :  $\Psi_1$  のインピーダンス境界
- $\Gamma_5$  :  $\Psi_1$  と  $\Psi_2$  の境界
- $\Gamma_6$  :  $\Psi_2$  の左隣1周期との境界
- $\Gamma_7$  :  $\Psi_2$  の右隣1周期との境界
- $\Gamma_8$  :  $\Psi_2$  のインピーダンス境界

なお、各境界  $\Gamma_i$  の粒子速度  $V_i$  は図中の矢印を正方向と設定する。

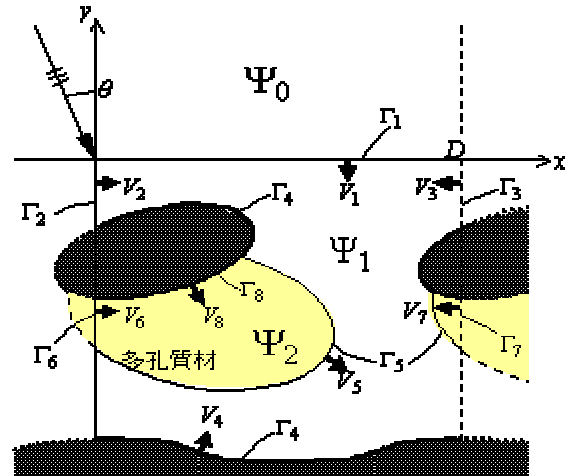


図1 解析モデル

2.2 境界  $\Gamma_1$  での音圧と粒子速度

領域  $\Psi_0$  における音圧は、式(1)のように入射波と散乱波群の和の形で表される。

$$P(x,y) = e^{-j(\alpha_0 x - \beta_0 y)} + \sum_{r=-\infty}^{\infty} R_r e^{-j(\alpha_r x + \beta_r y)} \quad (1)$$

ただし、 $R_r$  は  $r$  次散乱波の未知の反射係数、 $\alpha_r, \beta_r$  はそれぞれ  $x, y$  方向の波数であり、入射波の波数  $k$ 、入射角  $\theta$ 、周期  $D$  を用い、

$$\alpha_r = k \sin \theta + 2\pi r / D$$

$$\beta_r = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \alpha_r^2} & (k^2 > \alpha_r^2) \\ -j\sqrt{\alpha_r^2 - k^2} & (k^2 < \alpha_r^2) \end{cases}$$

で与えられる。

$\Gamma_1$  を  $M_1$  分割した  $i$  番目要素  $a_{i-1} < x < a_i$  の粒子速度を  $V_{1,i}$  とおくと、

$$-\frac{1}{j\omega\rho} \frac{\partial P(x,y)}{\partial y} = -V_{1,i} \quad \begin{cases} a_{i-1} < x < a_i \\ y = 0 \end{cases} \quad (2)$$

であり、式(1)と(2)から次式が導かれる。

$$R_r = \mu_r - \frac{k\rho c}{\beta_r} \sum_i w_{i,r} \cdot V_{1,i} \quad (3)$$

ただし、 $w_{i,r} = (1/D) \int_{a_{i-1}}^{a_i} e^{j\alpha_r x} dx$

\*Sound Absorption Analysis of Periodical Structure by the Hybrid Method of BEM and Mode Expansion Method.  
By Takuya Fujimoto(Yotsumoto Acoustic Design Inc.) and Kyoji Fujiwara(Kyushu Institute of Design)

また、 $i$  番目要素の音圧を  $P_{1i}$  とおくと、

$$P(x, 0) = P_{1i} \quad (a_{i-1} < x < a_i) \quad (4)$$

であり、式(3)と併せると次式が導かれる。

$$\frac{a_i - a_{i-1}}{D} P_{1i} + \sum_i k_{pc} \left( \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{W_{i,r} W_{n,r}^*}{\beta_r} \right) \cdot V_{1i} \quad (5)$$

$$= 2W_{n,0}^* \quad (n=1, 2, \dots, N_1)$$

### 2.3 周期条件

境界  $\Gamma_2$  と  $\Gamma_3$  を同じ条件で分割すると、各  $i$  番目要素の音圧  $P_{2i}$  と  $P_{3i}$  の間には、

$$P_{3i} = e^{-jkD \sin \theta} \cdot P_{2i} \quad (6)$$

が成り立つ。 $V_{2i}$  と  $V_{3i}$  は逆向きであり、

$$V_{3i} = -e^{-jkD \sin \theta} \cdot V_{2i} \quad (7)$$

となる。多孔質材中も同様に次式が成り立つ。

$$P_{7i} = e^{-jkD \sin \theta} \cdot P_{6i} \quad (8)$$

$$V_{7i} = -e^{-jkD \sin \theta} \cdot V_{6i} \quad (9)$$

### 2.4 インピーダンス境界

境界  $\Gamma_4$  や  $\Gamma_8$  では、媒質 II のインピーダンス  $Z_{4i}$ 、 $Z_{8i}$  により、次式が成り立つ。

$$P_{4i} = Z_{4i} V_{4i}, \quad P_{8i} = Z_{8i} V_{8i} \quad (10)$$

### 2.5 境界積分方程式

$\Psi_1$  の境界  $\Gamma_1 \sim \Gamma_5$  の音圧  $P_1 \sim P_5$  について次の境界積分方程式が成り立つ。

$$\frac{P_{1-5}}{2} = - \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{H_0^{(2)}(kr)}{4j} \right) \cdot P \, d\Gamma$$

$$+ \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5} \frac{k_{pc}}{4} H_0^{(2)}(kr) \cdot V \, d\Gamma \quad (11)$$

また、 $\Psi_2$  の境界  $\Gamma_5 \sim \Gamma_8$  の音圧  $P_5 \sim P_8$  について、次式が成り立つ。

$$\frac{P_{5-8}}{2} = - \int_{\Gamma_5 + \Gamma_6 + \Gamma_7 + \Gamma_8} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{H_0^{(2)}(kr)}{4j} \right) \cdot P \, d\Gamma$$

$$- \int_{\Gamma_5} \frac{kZ}{4} H_0^{(2)}(kr) \cdot V \, d\Gamma \quad (12)$$

$$+ \int_{\Gamma_6 + \Gamma_7 + \Gamma_8} \frac{k'Z}{4} H_0^{(2)}(kr) \cdot V \, d\Gamma$$

ただし、 $k' = -j\gamma$ 、 $\gamma$ : 伝播定数、 $Z$ : 特性インピーダンスとする。

### 2.6 斜入射吸音率の算出

式(5)~(12)を連立させると、 $P_1 \sim P_8$ 、 $V_1 \sim V_8$  を未知数とした連立一次方程式が得られる。(式(7),(9),(10)を積分方程式に含めることもできる。)これを解き、式(3)に  $V_1$  を戻して  $R_r$  を求めた後、式(19)により斜入射吸音率が得られる。

$$\alpha_\theta = 1 - \frac{1}{\beta_0} \sum_{r=-\infty}^{\infty} |R_r|^2 \operatorname{Re}[\beta_r] \quad (13)$$

### 3. 検証

図2に2種類の吸音構造についての検証結果を示す。(a)(b)共に実測値と数値計算値はほぼ合っており、手法の妥当性が伺える。また(a)では矩形分割法とほとんど重なる結果となった。

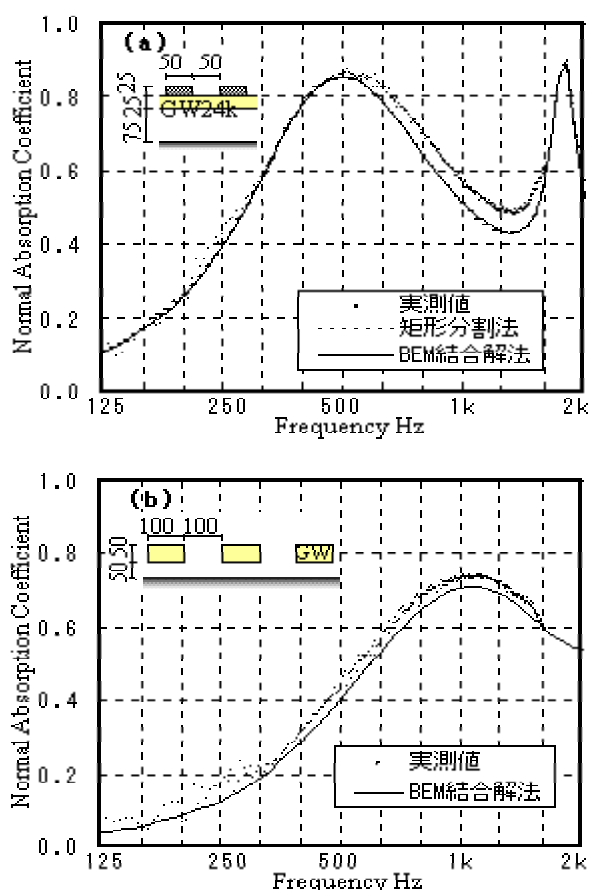


図2 数値計算結果と実測値の比較

### 参考文献

- [1] 飯島他:「電磁界の近代解析法」,電子通信学会
- [2] A.De Bruijn,Acustica 24,75-84 (1971).
- [3] S.Sakamoto,H.Mukai,and H.Tachibana. J.Acoust. Soc.Jpn.(E)21,9-15(2000)
- [4] Y.W.Lam,J.Acoust.Soc.Am,105(2),762-769(1999)