無限周期構造による散乱波の方向と総数に関する検討*
― 周期軸が直交しない二次元周期構造による散乱 ―

〇藤本卓也（四元音響）

1　はじめに

平面波が無限周期壁へ入射した際に生じる散乱ビーム群の方向ベクトルおよびビーム総数の上限値は、入射角、周波数および構造周期により決まる。これらの関係を整理し、周期的音波散乱体の設計に資することが本検討の目的である。前報[1]では、一次元周期構造および周期軸が直交する二次元周期構造についての検討結果を報告した。今回はさらに一般化を図り、周期軸が直交しない二次元周期構造について検討を行った。

2　非直交周期構造

散乱ビームは波長に対する構造周期が大きくなると増加するため、散乱ビーム総数の上限を考える場合には、最小構造周期に着目する必要がある。ここで、Fig. 1(a)は長方形市松配列型、(b)は正三角形ハニカム配列型の周期構造を示している。青の網掛け部分が構造の最小1周期、赤矢印が周期軸であり、いずれも周期軸は直交しない。このような構造を今回の検討対象とする。

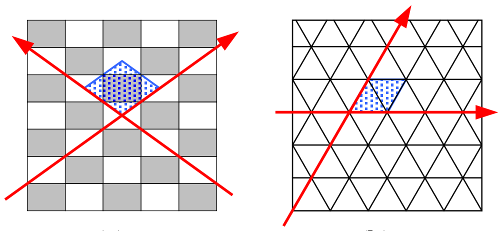
(a)　(b)

Fig. 1 Non-orthogonal periodic structures.

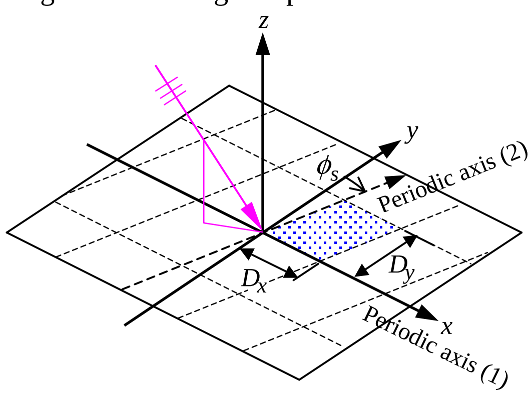

Fig. 2 Geometry for analysis model.

3　周期条件

Fig. 2 に示すように非直交周期構造に波数 k の平面波が入射しているとする。構造の最短周期を D_x とし、その方向に x 軸（第一周期軸）をとる。x 軸と直交する y 軸方向の周期を D_y、y 軸と第二周期軸との角を ϕ_s とする。散乱場は構造周期と入射波の波数ベクトルによって決まる周期性を持ち、散乱要素波 ψ は第一周期軸の周期性より(1)式を、第二周期軸の周期性より(2)式を満たす。

$$\psi(x+D_x, y, z)=\psi(x,y,z)\exp(-j\alpha_0 D_x) \qquad (1)$$

$$\psi(x+D_y\tan\phi_s, y+D_y, z) = \psi(x,y,z)\exp\left[-j(\alpha_0 D_y\tan\phi_s+\beta_0 D_y)\right] \qquad (2)$$

ここで α_0、β_0 はそれぞれ入射波の波数ベクトルの x、y 成分で、鏡面反射波のそれと等しい。

4　散乱ベクトルの方向

散乱要素波の波数ベクトルの x, y 成分をそれぞれ α、β とした場合、(1)式および(2)式より、それぞれ(3)式、(4)式が導かれる。

$$\alpha=\alpha_0+\frac{2m\pi}{Dx} \qquad m=0,\pm1,\pm2\cdots \qquad (3)$$

$$\beta-\beta_0=(-\tan\phi_s)(\alpha-\alpha_0)+\frac{2n\pi}{D_y} \qquad (4)$$
$$n=0,\pm1,\pm2\cdots$$

$\alpha^2+\beta^2<k^2$ を満たす散乱要素波は伝搬モードとなり、それらの方向ベクトル群は xy 平面上で Fig. 3 のように示される。散乱ベクトル群の先端位置は、y 軸に平行な等間隔直線群と、傾き $-\tan\phi_s$ の等間隔直線群とがつくる斜め格子の格子点に位置する。それぞれの平行線群の間隔は D_x, D_y 及び ϕ_s によって決まり、格子全体配置は鏡面反射成分 (α_0, β_0) が格子点を通るように決まる。斜め格子によって作

---

* Study of directions and quantity of sound beams scattered by infinite periodic structure - Scattering by non-orthogonal 2D diffusers -, by FUJIMOTO, Takuya (Yotsumoto Acousitic Design Inc.).

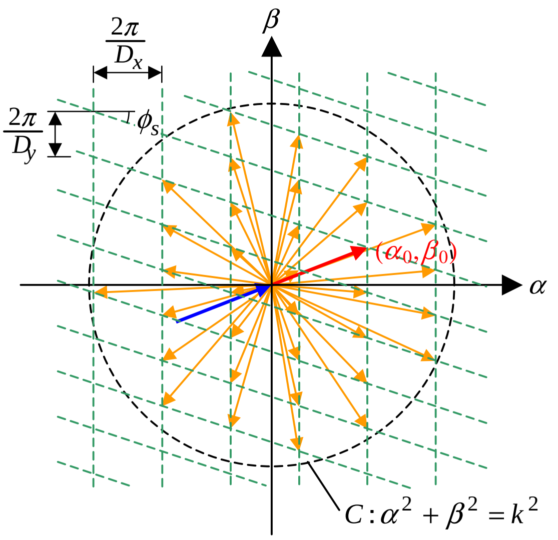

Fig. 3 Orthogonal projection of wavevectors onto xy-plane: → Incident; → Specularly reflected; and →Scattered.

られる一つの平行四辺形は、構造 1 周期を表す平行四辺形の相似形であり 90° 回転している。また Fig. 3 において円 C: $\alpha^2 + \beta^2 = k^2$ の外側に位置する格子点群は、それぞれに対応する減衰モード波の存在を意味する。伝搬モードとなる散乱波総数 n（鏡面反射を含む）は、円 C 内に存在する格子点数となる。

5　拡散入射時の散乱波総数

拡散入射時の各入射ビームが生じる散乱波総数の期待値 $\bar{n}$ について検討する。構造の最小周期が D_x であるとき、散乱ビーム格子の最小間隔は $2\pi/D_y$ となる。鏡面反射成分は必ず円 C 内にあり、円 C の直径 $2k$ が $2\pi/D_y$ 未満である場合（Fig. 4(a)）、あらゆる入射角に対して鏡面反射以外の散乱成分は生じない。$2k$ が $2\pi/D_y$ 以上で且つ $2\pi/(D_x \cos\phi_s)$ 未満である場合（Fig. 4(b)）、一次元周期構造として散乱し、$2\pi/(D_x \cos\phi)$ 以上では二次元周期構造として散乱する。

周期比 $a = D_x/D_y$ が異なる 4 構造について $\bar{n}$ を計算した結果を Fig. 5 に示す（入射ビームの離散数は 656,592）。ϕ_s は周期比 a に対して取りうる最大値としたが、結果は前報での ϕ_s=0 とほぼ同様で、$\bar{n}$ については周期軸が非直交である影響は小さいことがわかった。k に対する $\bar{n}$ の変化を一般化し Fig. 6 に示す。一次元散乱条件では k が十分大きい場合に期待値 $\bar{n}$ は $kD_y/4$ に漸近する。これは、xy 平面上において円 C 内に鏡面反射成分が均一に存在すると近似し、各成分を通る 1 本の格子線

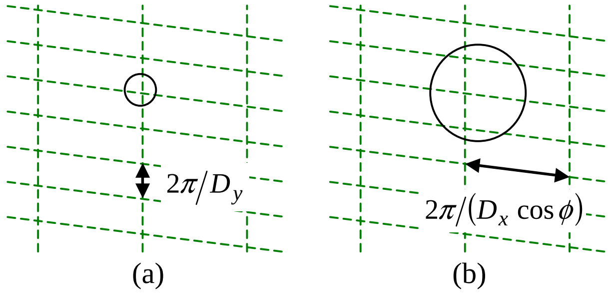

Fig. 4 Scattering Grid and circle C:α^2+β^2=k^2. (a) Non scattering and (b) 1D scattering.

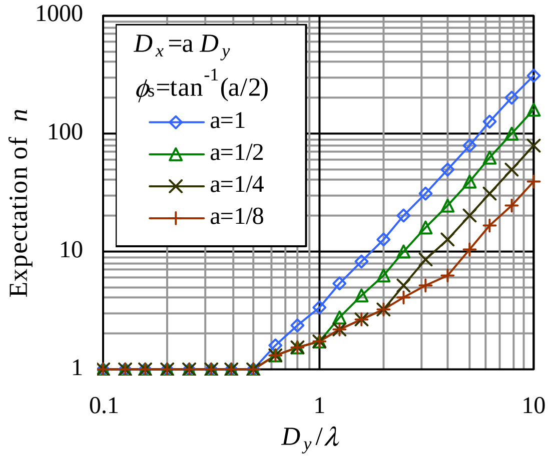

Fig. 5 Expectation of quantity of scattering beams arise from each incident beam in the diffuse field with wave length λ.

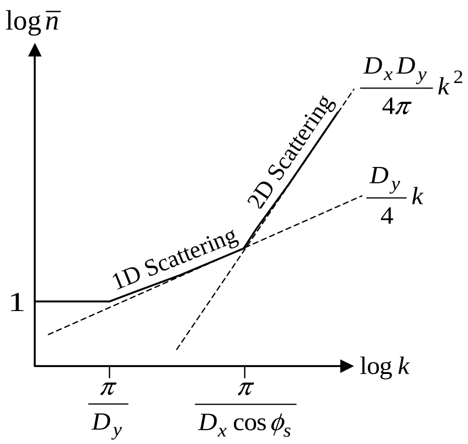

Fig. 6 Generalization of $\bar{n}(k)$.

が円 C で切り取られる長さの期待値 $\pi k/2$ を散乱ビーム格子の最小間隔 $2\pi/D_y$ で割った値に相当する。また、二次元散乱条件での期待値 $\bar{n}$ は $[D_x D_y/(4\pi)] \cdot k^2$ に漸近し、これは円 C の面積を、散乱ベクトル格子 1 周期の平行四辺形の面積で割った値に相当する。いずれにも ϕ_s は含まれず、構造周期軸の角度が期待値 $\bar{n}$ に殆ど影響しないことを表している。

参考文献

[1] 藤本，音講論（秋），1067-1070，2009.